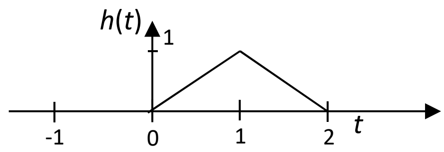
EEL7052-Sistemas Lineares

Prova de Recuperação - Semestre 2015/2 - 10/12/2015

Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica – UFSC

Profs. Bartolomeu Uchôa Filho e Márcio Holsbach Costa

1 –Seja h(t) a resposta ao impulso de um determinado sistema linear e invariante no tempo:



a) O sistema é causal ? (justifique)

b) O sistema possui memória ? (justifique)

c) O sistema é BIBO estável ? (justifique)

d) Determine h(-2t+3) (apresente os cálculos)

e) Determine a saída do sistema para x(t)=u(t)-u(t-2)

2 – Seja um sistema causal linear e invariante no tempo descrito por

$$H(s) = \frac{900(s+30)e^{-10s}}{(s^2+600s+90000)(s+3000)}$$

a) O Sistema é BIBO estável ? (justifique)

b) Determine a resposta ao impulso

c) Determine as equações de módulo e fase para o cálculo da resposta em frequência

d) Apresente as assíntotas do módulo do diagrama de Bode

3 – Seja o sistema linear e invariante no tempo descrito por:

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + 5\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = x(t)$$

a) Determine a equação de diferenças associada para sua implementação na forma discreta, assumindo um período de amostragem T_{amos}=1s.

Obs.: Caso não consiga resolver este item utilize y[n]=(1/8)y[n-1]+y[n-2]+x[n] para as demais questões.

b) Determine a função de transferência do sistema discreto.

c) O sistema discreto é BIBO estável?

Transformadas

Transformada de Laplace	$X(\mathrm{s}) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st}dt$	$x(t) = \dfrac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(s)e^{st}ds$
Série de Fourier em tempo contínuo	$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_o t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(n\omega_o t)$	$a_0 = \dfrac{1}{T_o}\int_{T_o} x(t)dt$ $a_n = \dfrac{2}{T_o}\int_{T_o} x(t)\cos(n\omega_o t)dt$ $b_n = \dfrac{2}{T_o}\int_{T_o} x(t)\operatorname{sen}(n\omega_o t)dt$
	$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_o t}$	$D_n = \dfrac{1}{T_o}\int_{T_o} x(t)e^{-jn\omega_o t}dt$
Transformada de Fourier em tempo contínuo	$x_{T_o}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{jn\omega_o t}$	$D_n = \dfrac{1}{T_o}\int_{-T_o/2}^{T_o/2} x_{T_o}(t)e^{-jn\omega_o t}dt$
Série de Fourier em tempo discreto ($\Omega_o=2\pi/N_o$)	$x[n] = \sum_{r=0}^{N-1} D_r e^{jr\Omega_o n}$	$D_r = \dfrac{1}{N_o}\sum_{n=0}^{N_o-1} x[n]e^{-jr\Omega_o n}$
Transformada de Fourier em tempo discreto	$x_{N_o}[n] = \sum_{r=<N_o>} D_r e^{jr\Omega_o n}$	$D_r = \dfrac{1}{N_o}\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-jr\Omega_o n}$
Transformada z	$X[z] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]z^{-n}$	$x[n] = \dfrac{1}{2\pi j}\oint X[z]z^{n-1}dz$

$\int e^{ax}dx = \dfrac{e^{ax}}{a}$ $\int xe^{ax}dx = \dfrac{e^{ax}}{a}\left(x - \dfrac{1}{a}\right)$ $\int \operatorname{sen}(ax)dx = -\dfrac{1}{a}\cos(ax)$ $\int \cos(ax)dx = \dfrac{1}{a}\operatorname{sen}(ax)$ $\int x\cdot\operatorname{sen}(ax)dx = \dfrac{1}{a^2}[\operatorname{sen}(ax) - ax\cos(ax)]$ $\int x\cdot\cos(ax)dx = \dfrac{1}{a^2}[\cos(ax) + ax\operatorname{sen}(ax)]$ $\int e^{ax}\cdot\operatorname{sen}(bx)dx = \dfrac{e^{ax}[a\operatorname{sen}(bx) - b\cos(bx)]}{a^2+b^2}$ $\int e^{ax}\cdot\cos(bx)dx = \dfrac{e^{ax}[a\cos(bx) + b\operatorname{sen}(bx)]}{a^2+b^2}$	$\int \dfrac{du}{u} = \ln(u)$ $\int a^u du = \dfrac{a^u}{\ln(u)}$ $\int udv = uv - \int vdu$ $\int \operatorname{sen}(px)\cos(qx)dx = -\dfrac{\cos([p-q]x)}{2(p-q)} + \dfrac{\cos([p+q]x)}{2(p+q)}$ $\int \operatorname{sen}(px)\operatorname{sen}(qx)dx = \dfrac{\operatorname{sen}([p-q]x)}{2(p-q)} - \dfrac{\operatorname{sen}([p+q]x)}{2(p+q)}$ $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{u}{v}\right) = \dfrac{v\dfrac{du}{dx} - u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$

$$\frac{dy(t)}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{y(t) - y(t-\Delta t)}{\Delta t}$$

FORMULÁRIO

Transformada z e propriedades

$x(n)$	$X(z)$
$\delta(n-m)$	z^{-m}
$u(n)$	$z/(z-1)$
$n.u(n)$	$z/(z-1)^2$
$n^2.u(n)$	$z(z+1)/(z-1)^3$
$\gamma^n u(n)$	$z/z-\gamma$
$\gamma^{n-1}u(n-1)$	$1/z-\gamma$
$n.\gamma^n u(n)$	$\gamma\, z/(z-\gamma)^2$
$\lvert\gamma\rvert^n \cos(\beta n).u(n)$	$\dfrac{z(z-\lvert\gamma\rvert\cos(\beta))}{z^2-(2\lvert\gamma\rvert\cos(\beta))z+\lvert\gamma\rvert^2}$
$\lvert\gamma\rvert^n \operatorname{sen}(\beta n).u(n)$	$\dfrac{z\lvert\gamma\rvert\operatorname{sen}(\beta)}{z^2-(2\lvert\gamma\rvert\cos(\beta))z+\lvert\gamma\rvert^2}$

Domínio do tempo	Domínio de z
$x(n)$	$X(z)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)\, z^{-n}$
$x(n-m)$	$z^{-m} X(z)$
$x_1(n) * x_2(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_1(m)x_2(n-m)$	$X_1(z).X_2(z)$
Transf. z unilateral:	
$x(n)$	$X(z)=\sum_{n=0}^{\infty} x(n)\, z^{-n}$
$x(n-1)$	$z^{-1} X(z) + x(-1)$
$x(n-2)$	$z^{-2} X(z) + z^{-1}x(-1) + x(-2)$

Pares de transformadas de Fourier

$x(t)$	$X(j\omega)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + 1/(j\omega)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega+\omega_0)+ \delta(\omega-\omega_0)]$
$\operatorname{sen}(\omega_0 t)$	$j\pi[\delta(\omega+\omega_0)- \delta(\omega-\omega_0)]$
$\operatorname{ret}(t/\tau)$	$\tau.\operatorname{sinc}(\omega\tau/2)$
$(W/\pi).\operatorname{sinc}(Wt)$	$\operatorname{ret}(\omega/2W)$
$e^{-at}\, u(t)$, $a>0$	$1/(a+j\omega)$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$	$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-n\omega_0),\quad \omega_0 =$

Propriedades da transformada de Fourier

$x(t)$	$X(j\omega)$
$y(t)$	$Y(j\omega)$
$a.x(t)+b.y(t)$	$a.X(j\omega)+ b.Y(j\omega)$
$x(t-\tau)$	$e^{-j\omega\tau}.X(j\omega)$
$e^{jWt}.x(t)$	$X(j(\omega-W))$
$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
$x(at)$	$\dfrac{1}{\lvert a\rvert} X\left(\dfrac{\omega}{a}\right)$
$x(t)*y(t)$	$X(j\omega).Y(j\omega)$
$x(t).y(t)$	$(1/2\pi).X(j\omega)*Y(j\omega)$
$\dfrac{d}{dt}x(t)$	$j\omega.X(j\omega)$
$\int_{-\infty}^{t} x(\tau)d\tau$	$\dfrac{1}{j\omega}X(j\omega)+ \pi X(0)\delta(\omega)$

Transformada de Laplace

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$1/s$
$t.u(t)$	$1/s^2$
$e^{-at}u(t)$	$1/s+a$, RC: $\operatorname{Re}\{s\} \ge -a$
$-e^{-at}u(-t)$	$1/s+a$, RC: $\operatorname{Re}\{s\} \le -a$
$\operatorname{sen}(bt)u(t)$	b/s^2+b^2
$\cos(bt)u(t)$	s/s^2+b^2
$r.e^{-at}\cos(bt+\theta).u(t)$	$\dfrac{0{,}5re^{j\theta}}{s+a-jb} + \dfrac{0{,}5re^{-j\theta}}{s+a+jb}$
$t^n e^{-\alpha t}u(t)$	$n!/(s+\alpha)^{n+1}$

Domínio do tempo	Domínio de s
$f(t)$	$F(s)$
$\dfrac{df(t)}{dt}$	$sF(s) - f(0^-)$
$\dfrac{d^2f(t)}{dt^2}$	$s^2F(s) - sf(0^-) - \dfrac{df(0^-)}{dt}$
$e^{-at}f(t)$	$F(s+a)$
$f_1(t)*f_2(t)$	$F_1(s).F_2(s)$
$f(t-a)u(t-a)$, $a\ge 0$	$e^{-as}F(s)$
$f(at)$	$1/a.\ F(s/a)$
$t.f(t)$	$\dfrac{-dF(s)}{ds}$