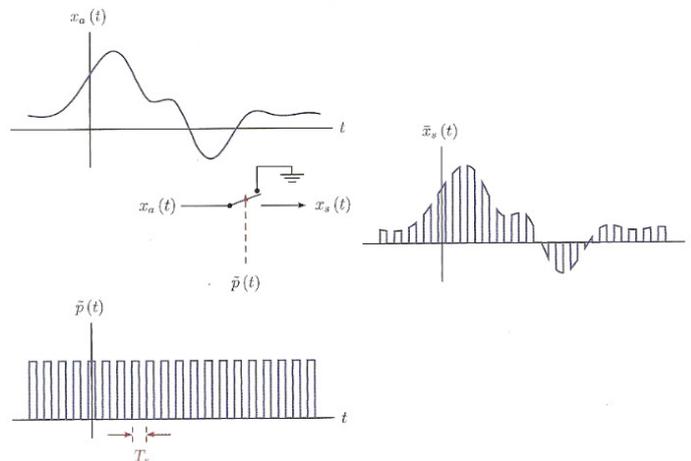


# EEL7052-Sistemas Lineares

Avaliação 3 - Semestre 2015/1 - 06/07/2015

Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica - UFSC  
 Profs. Marcio Holsbach Costa e Bartolomeu F. Uchôa Filho

- 1) O sinal analógico  $x_a(t) = \cos(100\pi t) + \cos(120\pi t)$  é amostrado através de um dispositivo de chaveamento cuja saída  $\bar{x}_s(t)$  alterna entre zero e o sinal  $x_a(t)$ , conforme a figura a seguir. A sincronização deste chaveamento é estabelecida por uma sequência periódica de pulsos de amplitude unitária, largura de cada pulso de  $\tau = 0,5\text{ms}$  e período de  $2,5\text{ms}$ . Quando o sinal de sincronização se encontra em nível alto a saída é  $x_a(t)$  e quando se encontra em nível baixo a saída é zero. (a) determine uma expressão analítica para a transformada de Fourier  $X_a(\omega)$ ; (b) determine uma expressão analítica para a transformada de Fourier  $\bar{X}_s(\omega)$ ; (c) Esboce os espectros de magnitude de  $X_a(\omega)$  e  $\bar{X}_s(\omega)$



- 2) Um sistema físico de tempo contínuo é caracterizado pela equação diferencial<sup>1</sup>:

$$\frac{dy(t)}{dt} + \frac{3}{2}y(t) = -x(t) + \frac{dx(t)}{dt}$$

- Determine a equação de diferenças correspondente a ser implementada em um sistema de tempo discreto, assumindo um período de amostragem de 1s.
- Determine  $H(z)$ , a transformada z da resposta ao impulso  $h[n]$ .
- Determine a resposta ao impulso  $h[n]$  da equação de diferenças.
- Desenhe o diagrama em blocos que representa a equação de diferenças utilizando atrasos, somadores e ganhos.
- Apresente o diagrama de polos e zeros.
- Determine e justifique se o sistema é estável.

<sup>1</sup>Obs: Caso não saiba realizar o item “a” então utilize a seguinte equação de diferenças para resolver os demais itens:  $y[n+1] = (-1/3)y[n] + x[n+1] + 2x[n]$

- 3) Dada a seguinte transformada z:  $H(z) = \frac{z}{(z - 0,5)(z + 2)}$

- Apresente o diagrama de polos e zeros e indique a região de convergência assumindo que o  $h[n]$  correspondente seja não-causal.
  - Determine  $h[n]$  assumindo que seja causal.
  - Determine se o sistema é BIBO estável para ambos os casos nos quais  $h[n]$  é causal e não-causal.
- 4) Dado o sinal discreto  $x[n] = \alpha^n u[n]$ , onde  $\alpha$  é uma constante real, determine as expressões da magnitude e da fase do espectro do sinal discreto  $x[n]$ .

**FORMULÁRIO**  
**Transformadas z e propriedades**

$x(n)$	$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$
$\delta(n-m)$	$z^m$
$u(n)$	$z/(z-1)$ RC: $ z  > 1$
$n \cdot u(n)$	$z/(z-1)^2$ RC: $ z  > 1$
$n^2 \cdot u(n)$	$z(z+1)/(z-1)^3$
$\gamma^n u(n)$	$z/z-\gamma$ RC: $ z  >  \gamma $
$\gamma^n u(-n)$	$\gamma/(\gamma-z)$ RC: $ z  <  \gamma $
$\gamma^{n-1} u(n-1)$	$1/(z-\gamma)$
$n \cdot \gamma^n u(n)$	$\gamma z/(z-\gamma)^2$
$ \gamma ^n \cos(\beta n) \cdot u(n)$	$\frac{z(z- \gamma \cos(\beta))}{z^2-(2 \gamma \cos(\beta))z+ \gamma ^2}$
$ \gamma ^n \sin(\beta n) \cdot u(n)$	$\frac{z \gamma \sin(\beta)}{z^2-(2 \gamma \cos(\beta))z+ \gamma ^2}$

Domínio do tempo	Domínio de z
$x(n)$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$
$x(n-m)$	$z^{-m} X(z)$
$x_1(n) * x_2(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_1(m)x_2(n-m)$	$X_1(z) \cdot X_2(z)$
<b>Transformada z unilateral</b>	
$x(n)$	$X_u(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n)z^{-n}$
$x(n-1)$	$z^{-1} X_u(z) + x(-1)$
$x(n-2)$	$z^{-2} X_u(z) + z^{-1} x(-1) + x(-2)$
<b>Soma dos termos de uma PG</b>	$S_N = \frac{a_1(1-q^N)}{1-q}$

Pares de transformadas de Fourier

$x(t)$	$X(j\omega)$
$\delta(t)$	1
1	$2\pi\delta(\omega)$
$u(t)$	$\pi\delta(\omega) + 1/(j\omega)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi[\delta(\omega+\omega_0) + \delta(\omega-\omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$j\pi[\delta(\omega+\omega_0) - \delta(\omega-\omega_0)]$
$\text{ret}(t/\tau)$	$\tau \cdot \text{sinc}(\omega\tau/2)$
$(W/\pi) \cdot \text{sinc}(Wt)$	$\text{ret}(\omega/2W)$
$e^{-at} u(t), a > 0$	$1/(a+j\omega)$
$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$	$\omega_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega-n\omega_0), \omega_0 = \frac{2\pi}{T}$

Propriedades da transformada de Fourier

$x(t)$	$X(j\omega)$
$y(t)$	$Y(j\omega)$
$a \cdot x(t) + b \cdot y(t)$	$a \cdot X(j\omega) + b \cdot Y(j\omega)$
$x(t-\tau)$	$e^{-j\omega\tau} \cdot X(j\omega)$
$e^{jWt} \cdot x(t)$	$X(j(\omega-W))$
$x^*(t)$	$X^*(-j\omega)$
$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{a}\right)$
$x(t) * y(t)$	$X(j\omega) \cdot Y(j\omega)$
$x(t) \cdot y(t)$	$(1/2\pi) \cdot X(j\omega) * Y(j\omega)$
$\frac{d}{dt} x(t)$	$j\omega \cdot X(j\omega)$

**Expansão em Frações Parciais:**

$$K_i = \left. \frac{N(z)}{D(z)} (z - p_i) \right|_{z=p_i}$$

$$K_{1r} = \left. \frac{N(z)}{D(z)} (z - p_1)^r \right|_{z=p_1}$$

$$K_{1r-j} = \left. \frac{1}{j!} \frac{d^j}{dz^j} \frac{N(z)}{D(z)} (z - p_1)^r \right|_{z=p_1}$$